

文章编号 1004-924X(2006)05-0864-06

挠性陀螺十字铰链模型的建立与分析

荣伟彬, 陈涛, 陈立国, 孙立宁

(哈尔滨工业大学 机器人研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:在对动力调谐陀螺刚度和漂移误差分析的基础上,建立了由内外挠性接头装配后铰链所形成的十字型铰链的模型,并利用伪刚度体理论对该模型进行了分析。得出了内外挠性接头两铰链的相对位置关系对十字型铰链模型的影响曲线。通过影响曲线的分析,得出内外挠性接头铰链方位上的偏差对十字型铰链模型的刚度的影响程度,而模型刚度变化则对整个陀螺的装配精度提出了同轴以及正交的要求,对整个陀螺仪的装配和调试起到了指导作用。

关键词:动力调谐陀螺;十字铰链模型;伪刚度体模型

中图分类号:V241.5 **文献标识码:**A

Establishment and analysis of cross model of flexible gyro

RONG Wei-bin, CHEN Tao, CHEN Li-guo, SUN Li-ning

(Robotics Institute, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Based on analysis of rigidity and drift error for a Dynamically Tuned Gyro(DTG), a cross model including an inner and an outer flexible hinges was established. The influence of the relative position of two flexible connector hinges on cross hinge model was given by analyzing the model with the Pseudo-rigid-body Model. It has been found out that the rigidity variety of the model requires a high assembly accuracy of whole gyro in coaxiality and orthogonality, which should supervise the whole assembly and debugging technique.

Key words: Dynamic Tuned Gyro(DTG); cross-hinge model; Pseudo-rigid-body Model

1 引言

陀螺仪是惯性导航系统的核心元件,其中动力调谐陀螺仪(Dynamically Tuned Gyro)是一种利用挠性支承悬挂陀螺转子,挠性支承的弹性刚度由支承本身产生的动力效应来补偿的新型二自由度陀螺仪。本文所研究的是整体式双平衡环动力调谐陀螺,它具有结构简单、制造成本较低和性

能较好的优点,在惯性导航系统中得到广泛应用^[1-2]。

挠性支承性能好决定了整个陀螺仪性能的好坏。陀螺性能的重要指标是陀螺漂移速度的大小,而陀螺漂移是由作用在陀螺上的干扰力矩产生的。产生干扰力矩的因素很多,对各种干扰力矩的物理机理进行分析,根据干扰力矩的性质和变化规律,可分为随机性干扰力矩和确定性干扰力矩两种。对随机性干扰只能用统计的方法来估

计;而对于确定性的干扰,针对双平衡环动力调谐陀螺仪,可分为以下几种:

- (1) 自转轴偏移引起的漂移误差;
- (2) 转子及平衡环质心偏移引起的漂移误差;
- (3) 不等弹性引起的漂移误差。

陀螺接头本身的加工误差和装配误差对上述三个方面起主要的影响作用,所以陀螺仪的装配、调试与参数测定是保证动力调谐陀螺仪性能的重要环节。

2 伪刚度理论

近十几年来,包括 Howell、Her、Midha 等在内的研究小组在柔性机构基础理论研究方面进行了卓有成效的工作,最突出的贡献表现在他们提出了“伪刚体模型”理论。

伪刚度体模型的概念是指用具有等价力变形效果的刚体来模拟柔性体的变形。伪刚度体模型为非线性变形体提供了一种简易的分析方法,可用来设计和分析长度较短的柔性铰链的集中柔度机构。

如图 1(a)所示为具有柔性短轴的悬臂梁结构。梁分为两段:一是短的柔性段,二是长的刚性段。如果说:

$$L \gg l, \tag{1}$$

$$(EI)_L \gg (EI)_l. \tag{2}$$

那么尺寸小的一段就叫做柔性短轴。如果在梁末端作用力矩,则柔性段的变形公式如下:

$$\theta_0 = \frac{M_0 I}{EI}, \tag{3}$$

$$\frac{\delta_y}{l} = \frac{1 - \cos \theta_0}{\theta_0}, \tag{4}$$

$$\frac{\delta_x}{l} = 1 - \frac{\sin \theta_0}{\theta_0}. \tag{5}$$

对于柔性短轴可以通过以上的式子来定义一个简单的伪刚度体模型。由于柔性段比刚性段短很多,这个机构可以被模拟为两个刚性杆连接在一个关节上,这个关节叫做特征轴。特征轴用一个扭簧模拟,位于柔性短轴中心,如图 1(b)。

模型中引入扭簧结构可以准确地描述柔顺部分的力变形关系。每个伪刚度体模型的关键是在什么地方放置铰链和如何分配扭簧常量的值。

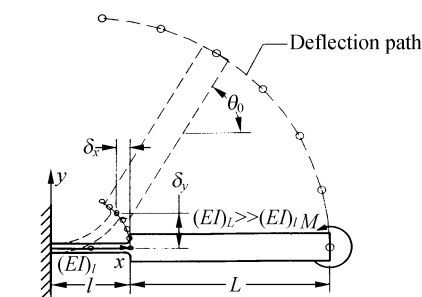
这是一个精确的假设,因为变形发生在柔性段,而且在长度上相对于刚性段很短。沿着柔性段的任何一点对特征轴来讲都可以表示为可接受的转动位置,而中点是最方便的。因此对于一个柔性结构,可以通过连接有铰链节的刚性杆来模拟。

柔性短轴的特性确保了在大多数应用中假设以弯曲变形为主的集中柔度机构分析的准确性。对于纯力矩载荷,如果柔性短轴非常的短而且薄,那么它的刚度相对系统来说非常的小,它的特性接近销轴的特性,所以它的扭簧特性在一定情况下可以被忽略^[3-5]。

3 十字模型建立与分析

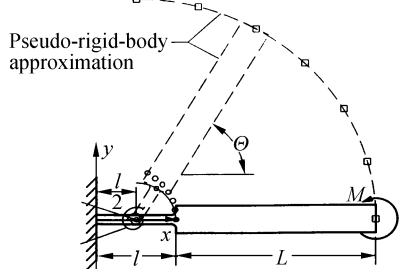
动力调谐陀螺由内外接头同轴安装而成。内接头的挠性支撑部分由 4 个平行于接头轴线的细颈铰链构成,细颈对称中心为接头中心,内接头展开图如图 2(a)。外接头由 4 个垂直于接头轴线的细颈铰链构成,细颈对称中心为接头中心,外接头展开图如图 2(b)。安装后内外接头铰链中心重合,构成 4 对十字型的铰链组^[6,7]。

一般来说,相对铰链结构本身,其柔性轴部



(a) 柔性短轴

(a) Small-length flexural pivot

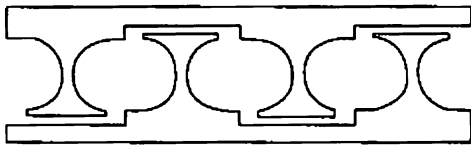


(b) 伪刚度体模型

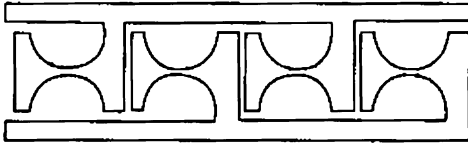
(b) Pseudo-rigid-body Model

图 1 柔性短轴和等效的伪刚度模型

Fig. 1 Small-length flexural pivot and its Pseudo-rigid body Model



(a)内接头展开图
(a) Inter connector hinge



(b)外接头展开图
(b) Outer connector hinge

图 2 接头展开图

Fig. 2 Developed representation of connector hinges

分即细颈铰链部分非常短而且薄,因此根据伪刚度体理论,可以将铰链的柔性轴部分等效为刚度很小的扭簧,扭簧中心为铰链细颈中心。从 4 对十字型铰链组中提取出一组,如图 3^[8]。

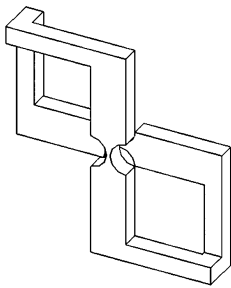


图 3 十字铰链模型
Fig. 3 Cross-hinge model

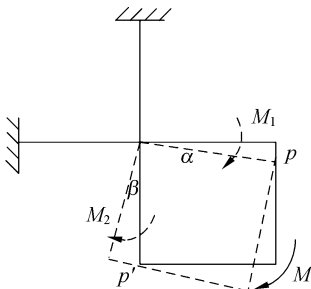


图 4 模型力矩分析
Fig. 4 Moment analysis of model

将模型中两处连接点固定一处,另一处作用

力矩,如图 4,则内外铰链在各自内力矩 M_1 、 M_2 的作用下将发生变形。根据材料力学的基本公式,可得两铰链的角变形量:

$$\alpha = \frac{M_1 l_1}{EI_1}, \quad (6)$$

$$\beta = \frac{M_2 l_2}{EI_2}. \quad (7)$$

假设 $l_1 = l_2, I_1 = I_2$ 。

令:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{M_1 l_1 I_2}{M_2 l_2 I_1} = \frac{M_1}{M_2} = k, \quad (8)$$

将模型简化,并建立图 5 所示坐标系。设铰链的末端点分别为 p 和 p' ,在 M 力矩作用过程中,假设两铰链中心 o_1, o_2 存在位移偏差 L 和 K ,铰链杆之间存在角度偏差 γ (初始状态铰链正交),如图 5。

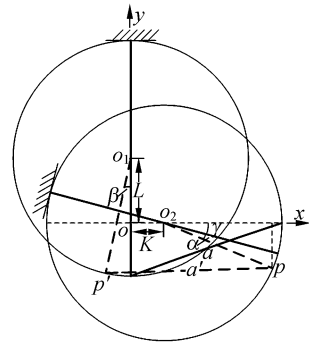


图 5 简化模型分析

Fig. 5 Analysis of predigestion model

则由图可得 p 点坐标 $(K + l \cos(\alpha + \gamma), -l \sin(\alpha + \gamma))$, p' 点坐标 $(-l \sin \beta, -(l \cos \beta - L))$ 。

又

$$pp' = a' = a, \quad (9)$$

所以

$$\begin{aligned} pp' &= \sqrt{(x_p - x_{p'})^2 + (y_p - y_{p'})^2} = \\ &= \sqrt{[K + l \cos(\alpha + \gamma) + l \sin \beta]^2 + [-l \sin(\alpha + \gamma) + (l \cos \beta - L)]^2} = \\ &= \sqrt{(1 + K)^2 + (l - L)^2}, \end{aligned} \quad (10)$$

即

$$\begin{aligned} &[K + l \cos(\alpha + \gamma) + l \sin \beta]^2 + \\ &[-l \sin(\alpha + \gamma) + (l \cos \beta - L)]^2 = \\ &(l \cos \gamma + K)^2 + (l - L - l \sin(\gamma))^2, \end{aligned} \quad (11)$$

$$[K+l\cos(\alpha+\gamma)+l\sin(k\alpha)]^2 + [-l\sin(\alpha+\gamma)+(l\cos(k\alpha)-L)]^2 = (l\cos\gamma+K)^2 + (l-L-l\sin\gamma)^2, \quad (12)$$

根据伪刚度理论,将模型中的两个柔性铰链等效为扭簧,扭簧中心在铰链的中心。则模型整体刚度问题可以等效为两个扭簧刚度的并联问题。两个扭簧刚度分别为 $1/\alpha$ 和 $1/\beta$ 。在外力矩 M 的作用下,由式(6)和(7)可知,两个铰链的角变形量之和为定值(取决于外界力矩),为作图方便,假设:

$$\alpha+\beta=2, \quad (13)$$

则根据扭簧刚度并联关系,得模型整体刚度 k_0 :

$$k_0=1/\alpha+1/\beta=2/[\alpha(2-\alpha)], \quad (14)$$

结合公式(8)得:

$$\alpha=2k/(1+k), \quad (15)$$

所以有:

$$k_0=(k+1)^2/2k. \quad (16)$$

根据公式(16)绘制曲线,得到两个铰链的角变形量之比 k 对模型整体刚度 k_0 的影响曲线,如图 6。刚度数值表示在假设条件下的理论值。

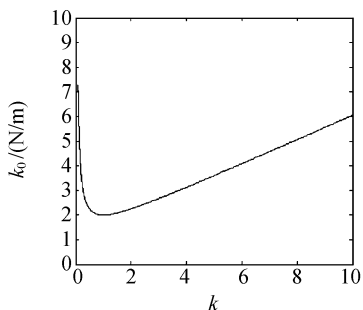


图 6 模型刚度曲线

Fig. 6 Model rigidity curve

由图 6 可知,当两个铰链的变形量比为 1 时,十字铰链模型的刚度最小,对陀螺仪的工作精度影响也最小。

在此基础上,通过分析各个参数变化对 k 的影响,就可以得出参数对模型刚度的影响。 k 越接近 1,模型刚度就越低,陀螺仪精度相对就越高。

(1)位移量 L 的影响。

令位移量 $K=0$,角度偏差 $\gamma=0,\alpha=0.1$ rad。根据公式(12)得:

$$[l\cos 0.1+l\sin(0.1k)]^2 + [-l\sin 0.1+l\cos(0.1k)-L]^2 = l^2 + (l-L)^2, \quad (17)$$

根据公式(17)绘得位移量 L 对比值 k 的影响曲线,如图 7,其中三条曲线分别表示当铰链长度为 3 mm、4 mm、5 mm 时的影响趋势。可见, L 对 k 的影响呈近似线性规律。影响的程度与铰链的实际长度有关,而且 L 的影响是突变的。即在有 L 的偏差情况下,只要有外力矩作用,两铰链的转角量之比就突变到一定值,随后在一定的角度范围内比值变化不大。

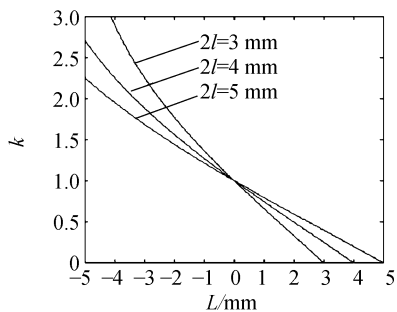


图 7 位移量 L 的影响曲线

Fig. 7 Influence curve of parameter L

(2)位移量 K 的影响。

令位移量 L 分别取 0.5 mm、1 mm、1.5 mm、2 mm,角度偏差 $\gamma=0,\alpha=0.1$ rad。

根据公式(12)得:

$$[K+l\cos 0.1+l\sin(0.1k)]^2 + [-l\sin 0.1+l\cos(0.1k)-L]^2 = (l+K)^2 + (l-L)^2, \quad (18)$$

则 K 对比值 k 的影响曲线如图 8。由图可知, K 对 k 的影响随着 L 的增加而加剧,即同时存在 K 、 L 的偏差时,两铰链的转角量比值远离 1,十字铰链的刚度变大,十字铰链的精度降低。

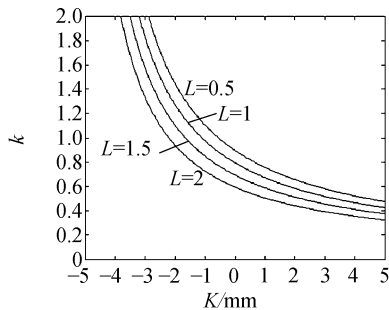


图 8 位移量 K 的影响曲线

Fig. 8 Influence curve of parameter K

(3)角度偏差 γ 的影响。

当位移量 $L=K=0$ 时,由图 4 可知内外铰链内力矩相等,即在外力矩 M 作用下,模型围绕其

几何中心旋转,因此 γ 对比值 k 无影响。当存在 L 和 K 的偏差时,根据公式(12),取三组不同常值的 K, L, γ 对 k 值的影响曲线如图 9。

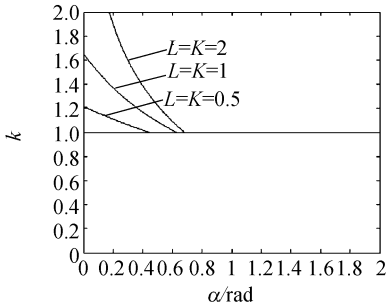


图 9 $L \neq 0, K \neq 0, \gamma$ 对两杆转角的比例影响曲线

Fig. 9 $L \neq 0, K \neq 0$, influence curve of parameter γ on rate of two angles

上述分析均在 M 为微弱的干扰情况下进行的,因为陀螺在陀螺仪整体内的移动范围很小,而且在此情况下的模型假设是精确成立的。通过偏差分析可知,当位移量 L 和 K 为相同方向(图中的坐标系下)上的偏差时,对刚度的影响小于相反方向上的偏差影响。 $L=K$ 时,只在某一固定点对模型刚度无影响。 $L=K=0$, γ 对两杆转角的比值无影响, $L \neq 0, K \neq 0$ 时, γ 在小角度内对刚度影响很大。

通过以上模型的分析,能够给出除了接头铰链本身加工的误差对刚度的影响外,装配以及调整过程中所带来的刚度变化,以及变化所带来的影响程度。在陀螺仪结构非等刚度的情况下,如果有加速度存在,则会形成常值干扰力矩作用在陀螺转子上,从而形成陀螺仪漂移误差,而且误差的大小与加速度的平方成正比。

参考文献:

- [1] 周百令. 动力调谐陀螺仪设计与制造[M]. 南京:东南大学出版社, 2002.
ZHOU B L. *The design and manufacture of DTG*[M]. Nanjing: Southeast University Press, 2002. (in Chinese)
- [2] 林士谔. 动力调谐陀螺仪[M]. 北京:国防工业出版社, 1983.
LIN SH E. *Dynamically tuned gyroscope*[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1983. (in Chinese)
- [3] 辛洪兵, 郑伟智, 赵果. 弹性铰链研究[J]. 光学精密工程, 2003, 11(1): 89-94.
XIN H B, ZHENG W ZH, ZHAO F. Research on flexible hinges[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2003, 11(1): 89-94. (in Chinese)
- [4] 王寿荣. 动力调谐陀螺仪挠性接头的等刚度设计[J]. 中国惯性技术学报, 1998, 6(4): 65-69.
WANG SH R. The equal rigidity design for the flexible joint of DTG[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 1998, 6(4): 65-69. (in Chinese)
- [5] HOWELL L L. *Compliant mechanisms*[M]. A Wiley-Interscience Publication, 2001: 135-139.

此外,偏差 L, K , 以及 γ 对陀螺仪整体的质心偏移误差影响也很大。例如一个陀螺的角动量为 $10 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, 如果要求其漂移角速度在 $0.01^\circ/\text{h}$ 的数量级时,所能允许的干扰力矩在 $\mu\text{g} \cdot \text{cm}$ 的数量级。假定干扰力矩是由陀螺的质心偏移(除加工因素外, L, K, γ 均会导致较大的质心偏移)引起的,当陀螺的质量为 500 g 时,允许的质量偏心距离在 $10^{-3} \mu\text{m}$ 的数量级。

4 结 论

随着科学技术的发展,对挠性接头提出了越来越高的要求。例如要求高精度、长寿命和高可靠性等。工程应用中,接头的加工精度很高,已经具有了性能和尺寸上的高稳定性。但装配质量和性能不容易保证,需要一些专用工装。在对动力调谐陀螺仪分析的基础上,根据陀螺的漂移误差机理,并借助伪刚度理论建立了十字型铰链模型。通过模型中两个铰链细颈的关系分析模型刚度的变化。

当模型内部两个铰链存在相对位置和角度上的偏差时,对模型的刚度影响很大,当单独存在角度上的偏差时,刚度基本无影响。但角度上的偏差将会造成陀螺仪质心偏移等误差,影响使用精度。以上分析的各个参数的影响均为微小量的影响变化,因为陀螺仪本身的精度要求较高,而且在微小量的偏差范围内以上的理论和假设是精确成立的。因此,在陀螺仪的装配过程中要对内外接头的方位和夹角进行准确调整和装配,保证其正交度。

- [6] 于靖军,宗光华,毕树生.全柔性机构与 MEMS[J]. 光学精密工程,2001,9(1):2-4.
YU J J,ZONG G H,BI SH SH. Fully compliant mechanisms and MEMS[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2001,9(1):2-4. (in Chinese)
- [7] 王殊歆,陈国平,周建华,等.复合型柔性铰链机构特性及其应用研究[J]. 光学精密工程,2005,13(s1):91-94.
WANG SH X,CHEN G P,ZHOU J H,*et al.* Compliant mechanisms consisted of compound flexible hinges and its applications[J]. *Optics and precision Engineering*,2005,13(s1):91-94.
- [8] SCHOTBORGH W O. Dimensionless design graphs for flexure elements and a comparison between three flexure elements[J]. *Precision Engineering*,2005,29:41-47.

作者简介:荣伟彬(1972—),男,黑龙江兰西人,副教授,主要研究方向为微操作、微驱动机器人。E-mail:rwb@hit.edu.cn;

陈涛(1980—),男,河南三门峡人,博士研究生,主要研究方向为微操作、微装配。E-mail:cht22@sina.com;

陈立国(1974—),男,辽宁葫芦岛人,副教授,主要研究方向为微操作、微驱动机器人。E-mail:clg@hit.edu.cn;

孙立宁(1964—),男,黑龙江鹤岗人,教授,主要研究方向为微操作、微驱动。E-mail:lnsun@hit.edu.cn;